

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Крылова Людмила Вячеславовна
Должность: Проректор по учебно-методической работе
Дата подписания: 25.02.2025 14:45:49
Уникальный программный ключ:
b066544bae1e449cd8bfce392f7224a676a271b2

ОМС,ЛОГ (6)24


**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭКОНОМИКИ И
ТОРГОВЛИ ИМЕНИ МИХАИЛА ТУГАН-БАРАНОВСКОГО»**

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой

 И.В. Гречина

«29» августа 2024 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по учебной дисциплине

Б1.О.04 Высшая математика

(шифр и наименование учебной дисциплины, практики)

38.03.02 Менеджмент

(код и наименование направления подготовки)

Менеджмент организаций, Логистика

(наименование профиля подготовки; при отсутствии ставится прочерк)

Разработчик:

ст. преподаватель



В.С.Юдина

Оценочные материалы рассмотрены и утверждены на заседании кафедры
от «29» августа 2024 г., протокол № 1

Донецк 2024 г.

**Паспорт
оценочных материалов
по учебной дисциплине «Высшая математика»**

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в результате освоения
учебной дисциплины

| № п/п | Код и наименование контролируемой компетенции | Контролируемые разделы (темы) учебной дисциплины (модуля) | Этапы формирования (семестр изучения) |
|-------|---|---|---------------------------------------|
| 1 | УК-1. Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | Тема 1. Элементы линейной и векторной алгебры. | 1 |
| | | Тема 2. Аналитическая геометрия. | 1 |
| | | Тема 3. Предел числовой последовательности и функции. Замечательные пределы. | 1 |
| | | Тема 4. Бесконечно-малые и бесконечно-большие величины. Непрерывность функции. | 1 |
| | | Тема 5. Дифференциал функции одной переменной. Основные теоремы дифференциального исчисления. | 1 |
| | | Тема 6. Дифференцирование функции нескольких переменных. | 1 |
| | | Тема 7. Исследование функции одной переменной и построение ее графика. | 1 |
| | | Тема 8. Применение производной для нахождения наибольших (наименьших) значений функции. | 1 |
| | | Тема 9. Исследование функции нескольких переменных на экстремум, условный экстремум. | 1 |
| | | Тема 10. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. | 2 |
| | | Тема 11. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций. Интегрирование правильных рациональных дробей. | 2 |
| | | Тема 12. Определенный интеграл. Его свойства. Применение определенного | 2 |

| № п/п | Код и наименование контролируемой компетенции | Контролируемые разделы (темы) учебной дисциплины (модуля) | Этапы формирования (семестр изучения) |
|----------|---|--|--|
| | | интеграла. | |
| | | Тема 13. Несобственный интеграл. | 2 |
| | | Тема 14. Задачи, приводимые к дифференциальным уравнениям. Основные понятия. Дифференциальные уравнения I порядка: с разделенными переменными, однородные, линейные. | 2 |
| | | Тема 15. Дифференциальные уравнения II порядка, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения II порядка линейные с постоянными коэффициентами. | 2 |
| | | Тема 16. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов. | 2 |
| | | Тема 17. Знакопеременные числовые ряды. Условная и абсолютная сходимости. Степенные ряды. Область сходимости. | 2 |
| | | Тема 18. Разложение элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Применение рядов в приближенных вычислениях. | 2 |

**ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ, ОПИСАНИЕ
ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ**

Таблица 2 - Показатели оценивания компетенций

| № п/п | Код контролируемой компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Контролируемые темы учебной дисциплины | Наименование оценочного материала |
|-------|--|---|---|--|
| 1 | УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИДК-1УК-1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИДК-2УК-1 Определяет и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи ИДК-3УК-1 Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов | Тема 1. Элементы линейной и векторной алгебры. | задания для самостоятельной работы |
| | | | Тема 2. Аналитическая геометрия. | задания для самостоятельной работы |
| | | | Тема 3. Предел числовой последовательности и функции. Замечательные пределы. | тесты, задания для самостоятельной работы |
| | | | Тема 4. Бесконечно-малые и бесконечно-большие величины. Непрерывность функции. | контрольная работа |
| | | | Тема 5. Дифференциал функции одной переменной. Основные теоремы дифференциального исчисления. | Тесты |
| | | | Тема 6. Дифференцирование функции нескольких переменных. | Экспресс-опрос, задания для самостоятельной работы |
| | | | Тема 7. Исследование функции одной переменной и построение ее графика. | задания для самостоятельной работы |
| | | | Тема 8. Применение производной для нахождения наибольших (наименьших) значений функции. | тесты |
| | | | Тема 9. Исследование функции нескольких переменных на экстремум, условный экстремум. | Контрольная работа |

| № п/п | Код контролируемой компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Контролируемые темы учебной дисциплины | Наименование оценочного материала |
|----------|--------------------------------------|---|--|--|
| | | | Тема 10. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования. | тесты |
| | | ИД-З _{УК-1} Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов | Тема 11. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций. | тесты |
| | | | Тема 12. Определенный интеграл. Его свойства. Применение определенного интеграла. | тесты |
| | | | Тема 13. Несобственный интеграл. | контрольная работа |
| | | ИД-З _{УК-1} Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов | Тема 14. Задачи, приводимые к дифференциальным уравнениям. Основные понятия. Дифференциальные уравнения I порядка: с разделенными переменными, однородные, линейные. | экспресс-опрос, контрольная работа, тесты, задания для самостоятельной работы |
| | | | Тема 15. Дифференциальные уравнения II порядка, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения II порядка линейные с постоянными коэффициентами. | тесты |
| | | | Тема 16. Числовые ряды. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости | экспресс-опрос, задания для самостоятельной работы |

| № п/п | Код контролируемой компетенции | Код и наименование индикатора достижения компетенции | Контролируемые темы учебной дисциплины | Наименование оценочного материала |
|-------|--------------------------------|--|---|---|
| | | | знакопостоянных рядов. | |
| | | | Тема 17. Знакопеременные числовые ряды. Условная и абсолютная сходимости. Степенные ряды. Область сходимости. | контрольная работа |
| | | | Тема 18. Разложение элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Применение рядов в приближенных вычислениях. | экспресс-опрос, контрольная работа, тесты, задания для самостоятельной работы |

Критерии и шкала оценивания по оценочному материалу «Контрольная работа»

| Шкала оценивания (интервал баллов) | | Критерий оценивания |
|---------------------------------------|-------|--|
| 1 сем | 2 сем | |
| 15-20 | 4 | Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач) |
| 10-14 | 3 | Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач) |
| 2-9 | 1-2 | Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 60-74% вопросов/задач) |
| 0 | 0 | Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем 60%) |

Критерии и шкала оценивания по оценочному материалу «Экспресс-опрос (устный опрос)»

| Шкала оценивания (интервал баллов) | | Критерий оценивания |
|---------------------------------------|-------|--|
| 1 сем | 2 сем | |
| 2 | 1 | ответ дан на высоком уровне (обучающийся в полной мере ответил на поставленный вопрос, привел аргументы в пользу своих суждений) |

| | | |
|---|-----|--|
| 1 | 0,5 | ответ дан на среднем уровне (обучающийся в целом ответил на поставленный вопрос, привел аргументы в пользу своих суждений, допустив некоторые неточности и т.п.) |
| 0 | 0 | ответ дан на низком уровне (обучающийся допустил существенные неточности, с ошибками, и т.п.), или на неудовлетворительном уровне, или не дан вовсе (обучающийся не готов, затрудняется ответить и т.п.) |

Таблица 5 - Критерии и шкала оценивания по оценочному материалу «Задания для самостоятельной работы»

| Шкала оценивания | | Критерии оценивания |
|------------------|-------|--|
| 1 сем | 2 сем | |
| 8 | 3 | Задания для самостоятельной работы выполнены на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач) |
| 4-6 | 2 | Задания для самостоятельной работы выполнены на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач) |
| 2 | 1 | Задания для самостоятельной работы выполнены на низком уровне (правильные ответы даны на 60-74% вопросов/задач) |
| 0 | 0 | Задания для самостоятельной работы выполнены на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем 60%) |

Критерии и шкала оценивания по оценочному материалу «Тесты»

| Шкала оценивания | | Критерии оценивания |
|------------------|-------|--|
| 1 сем | 2 сем | |
| 5-6 | 2 | Тестирование выполнено на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач) |
| 3-4 | 1,5 | Тестирование выполнено на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач) |
| 1-2 | 1 | Тестирование выполнено на низком уровне (правильные ответы даны на 60-74% вопросов/задач) |
| 0 | 0 | Тестирование выполнено на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем 60%) |

Таблица 7 - Перечень оценочных материалов

| № п/п | Наименование оценочного материала | Краткая характеристика оценочного материала | Представление оценочного материала |
|-------|------------------------------------|---|---|
| 1. | Контрольная работа | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме, разделу или учебной дисциплине. | Комплект контрольных заданий на примере одного из вариантов |
| 2. | Задания для самостоятельной работы | Дидактический комплекс, предназначенный для самостоятельной работы обучающегося и позволяющий оценивать уровень усвоения им учебного материала. | Комплект задач и заданий на примере одного из вариантов |

| № п/п | Наименование оценочного материала | Краткая характеристика оценочного материала | Представление оценочного материала |
|-------|-----------------------------------|--|---|
| 3. | Экспресс-опрос (устный опрос) | Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой учебной дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по учебной дисциплине или определенному разделу, теме, проблеме. | Вопросы по темам /разделам учебной дисциплины |
| 4. | Тест | Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося. | Фонд тестовых заданий |

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ

Устный опрос позволяет оценить знания обучающегося, умение логически построить ответ. Опрос как важнейшее средство развития мышления и речи обладает большими возможностями воспитательного воздействия преподавателя. Оценивается правильность и полнота представленной информации, логичность. Обучающая функция состоит в выявлении деталей, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными в ходе учебных занятий и при подготовке к экзамену.

Для оценки знаний обучающихся используют **тестовые задания** в закрытой форме, когда испытуемому предлагается выбрать правильный ответ из нескольких возможных. Каждый тест содержит 4 варианта ответа, среди которых только один правильный, есть также задания на выбор соответствий. Результат зависит от общего количества правильных ответов, записанных в бланк ответов.

Проверка знаний в виде решения **задач для самостоятельной работы** осуществляется в письменной форме и выполняется во внеаудиторное время. Во время проверки и оценки задач преподаватель проводит анализ результатов выполнения, выявляются типичные ошибки, а также причины их появления. При проверке задач преподаватель исправляет каждую допущенную ошибку и определяет полноту ответа, учитывая при этом четкость и последовательность изложения мыслей, наличие и достаточность пояснений, знания терминологии в предметной области. Решение задач для самостоятельной работы оценивается по четырехбалльной шкале

Контрольная работа по учебной дисциплине выполняется в аудиторной форме по итогам изучения смысловых модулей. Аудиторная контрольная работа предполагает ответ в письменном виде. Время выполнения ограничивается 2 академическими часами. Критериями оценки такой работы становятся: глубина знаний, владение необходимыми умениями (в объеме программы), логичность изложения материала, включая обобщения, выводы. Контрольная работа оценивается по десятибалльной шкале.

Критерии оценивания знаний студентов

Оценивание теоретических знаний и практических навыков студентов в течение учебного семестра происходит по результатам устных ответов на практических занятиях, тестирования, письменного опроса, проверки индивидуальных заданий, решение задач, выполнение самостоятельной работы.

Рабочая программа предусматривает применение двух форм контроля знаний студентов:

1. Текущий контроль. Студенты выполняют учебную программу по дисциплине как в аудитории, так и вне аудитории: отвечают на тесты по темам курса, выполняют практические задания, готовятся к практическим занятиям, обсуждают конкретные ситуации, решают задачи, выполняют задания для самостоятельной работы – каждое из них оценивается по соответствующим критериям в баллах. Максимальная сумма баллов – 40. Текущий контроль осуществляется в виде опроса, решения задач, выполнения заданий для самостоятельной работы и их защите.

Критериями оценки являются:

при устных ответах: полнота раскрытия вопроса; логика изложения, культура языка; использование основной и дополнительной литературы; аналитические рассуждения, умение делать сравнения, выводы.

при выполнении письменных заданий: полнота раскрытия вопроса; целостность, системность, логическая последовательность, умение формулировать выводы; аккуратность оформления письменной работы.

На практическом занятии оцениваются:

- устные ответы студентов (1-2 балла);
- участие в обсуждении дискуссионных вопросов (1 балл);
- анализ ситуационных задач (1 балл);
- правильность расчетов при определении определенных показателей, решении ситуационных задач (1 балл);
- реферативные выступления, устные сообщения и т. д (1 балл).

За каждым элементом содержательного модуля, предусмотренного рабочей программой, обязательна определенная форма текущего оценивания знаний. Такими формами могут быть:

- устный опрос (1-2 балла);
- письменная контрольная работа (ответы на вопросы лекционного курса, решение задач, упражнений, выполнение определенных расчетов и т. д.) (до 10 баллов);
- тестирование знаний студентов по определенному разделу (теме) или по определенным отдельным вопросам лекционного курса (до 2 баллов);
- проверка и защита индивидуального задания (2 балла).

Оценивание самостоятельной работы студента:

1. Решение индивидуальных задач (до – 4 баллов).
2. Подготовка докладов на научные конференции, публикация научной статьи (до 5 баллов).

Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется как во время аудиторных занятий (на практических занятиях), так и во внеаудиторное время, определенное преподавателем.

Контроль самостоятельной работы предполагает:

- определение степени усвоения материала;
- определение качества выполнения индивидуальных заданий;
- посещение консультаций преподавателя;
- своевременное выполнение и сдача текущих задач;
- оценку знаний, полученных в результате самостоятельной учебной работы.

2. Итоговый контроль в форме письменного экзамена.

При выставлении оценки за дисциплину обобщенный итог набранных в течение семестра баллов и ответ на экзамене учитываются в соотношении 40% к 60%.

Структура экзаменационных билетов и критерии оценивания экзаменационных работ:

2.1. По структуре экзаменационный билет должен содержать теоретическую часть (оценивание знаний) и практическую часть (оценка смыслов, способностей, умений и т.д.)

2.2. Задание экзаменационного билета оценивается от 0 до 60 баллов.

2.3. Экзаменационный билет может содержать виды заданий:

- тесты (до 10 баллов);
- теоретический вопрос (до 10 баллов);

практические задания (задачи, ситуационные упражнения и тому подобное – до 10 баллов).

2.4. Оценивание результатов итогового контроля проводится по следующим критериям:

0% – задание не выполнено;

40% – задание выполнено частично и содержит существенные ошибки методического или расчетного характера;

60% – задание выполнено полностью, но содержит существенные ошибки в расчетах или в методике;

80% – задание выполнено полностью, однако содержит отдельные несущественные недостатки;

100% – задание выполнено правильно и без замечаний.

Основными критериями, характеризующими уровень компетентности студента при оценивании результатов текущего и итогового контроля по учебной дисциплине, являются:

- выполнение всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины;
- глубина и характер знаний учебного материала по содержанию учебной дисциплины, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках;
- умения анализировать явления изучаются в их взаимосвязи и развитии;
- характер ответов на поставленные вопросы (четкость, лаконичность, логичность, последовательность и тому подобное);
- умение применять теоретические положения при решении практических задач;
- умение анализировать достоверность полученных результатов.

1 семестр

Таблица 8 - Распределение баллов, которые получают обучающиеся

| Максимальное количество баллов за текущий контроль и самостоятельную работу | | | | | | | | | Максимальная сумма баллов |
|---|----|----|----|----------------------|----|----|----|----|---------------------------|
| Смысловый модуль № 1 | | | | Смысловый модуль № 2 | | | | | |
| T1 | T2 | T3 | T4 | T5 | T6 | T7 | T8 | T9 | |
| 8 | 8 | 14 | 20 | 6 | 10 | 8 | 6 | 20 | 100 |

Соответствие государственной шкалы оценивания академической успеваемости

| Сумма баллов за все виды учебной деятельности | По государственной шкале | Определение |
|---|--------------------------|---|
| 60-100 | «Зачтено» | Правильно выполненная работа. Может быть незначительное количество ошибок |
| 0-59 | «Не зачтено» | Неудовлетворительно – с возможностью повторной аттестации |

2 семестр

Распределение баллов, которые получают обучающиеся

| Максимальное количество баллов за текущий контроль и самостоятельную работу | | Максимальная сумма баллов | | |
|---|----------------------|---------------------------|---------|-------------------------------|
| Смысловый модуль № 3 | Смысловый модуль № 4 | Текущий контроль | Экзамен | Все виды учебной деятельности |
| | | | | |

| | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|-----|
| T10 | T11 | T12 | T13 | T14 | T15 | T16 | T17 | T18 | 40 | 60 | 100 |
| 2 | 2 | 2 | 4 | 10 | 2 | 4 | 4 | 10 | | | |

Примечание. T1, T2, ..., T9 – номера тем соответствующих смысловых модулей.

**Соответствие государственной шкалы оценивания
академической успеваемости и шкалы ECTS**

| Сумма баллов за все виды учебной деятельности | По государственной шкале | Определение |
|---|---------------------------|--|
| 90-100 | «Отлично» (5) | отлично – отличное выполнение с незначительным количеством неточностей |
| 80-89 | «Хорошо» (4) | хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 10 %) |
| 75-79 | | хорошо – в целом правильно выполненная работа с незначительным количеством ошибок (до 15 %) |
| 70-74 | «Удовлетворительно» (3) | удовлетворительно – неплохо, но со значительным количеством недостатков |
| 60-69 | | удовлетворительно – выполнение удовлетворяет минимальным критериям |
| 35-59 | «Неудовлетворительно» (2) | неудовлетворительно – с возможностью повторной аттестации |
| 0-34 | | неудовлетворительно – с обязательным повторным изучением дисциплины (выставляется комиссией) |

Образец контрольной работы

**1 семестр
Смысловой модуль 1**

Тема

Перечень альтернативных вопросов

- | | |
|--|---|
| <p>1. Элементы линейной алгебры</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Определители второго порядка. Свойства определителей. • Действия над матрицами. • Системы линейных уравнений. |
|--|---|

- 2.** Найти матрицу, обратную данной $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 10, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 4. \end{cases}$$

4. Найти пределы а) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + 13} - \sqrt{2x^2 + 9})$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\arctg 6x}$.

5. Определить наличие точек разрыва а) $f(x) = \begin{cases} x-3, & x < 2 \\ x^2 + 1, & x \geq 2 \end{cases}$; б) $f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (m, 3, 1)$, $\vec{b} = (9, 2, m)$ При каком значении m эти векторы перпендикулярны?

7. Найдите вектор \vec{c} , коллинеарный вектору $\vec{a} = (4, 1, 1)$ и удовлетворяющий условию $\vec{c} \cdot \vec{a} = -36$.

8. Дан $\triangle ABC$ с вершинами $A(1;4)$, $B(-3;2)$, $C(1;0)$. Найти длину высоты, выходящей из вершины C

9. Записать уравнение прямой, проходящей через точку C и параллельной стороне AB для треугольника ABC с вершинами $A(1;4)$, $B(-3;2)$, $C(1;0)$.

10. Записать уравнение прямой AB в отрезках, если $A(4;-2)$ и $B(-3;1)$.

Образец контрольной работы Смысловой модуль 2

| <i>Тема</i> | <i>Перечень альтернативных вопросов</i> |
|--|---|
| 1. Производная функции: | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Правила дифференцирования. Геометрический и механический смысл производной. ▪ Уравнение касательной к кривой. ▪ Применение производной. |
| 2. Найти производную: | $y = \frac{\operatorname{tg} x}{(x^2 - 1) \sin x}$ |
| 3. Найти производную, используя определение производной: | $y = 5x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ |
| 4. Найти производную: | $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1, \\ y = 3t^2 + 5t, \end{cases}$ |
| 5. Найти производную: | $y = \frac{(x-1)^2 (2x+12)^{11}}{\sqrt{(x^2-1)(x^2+6)^8}}$ |
| 6. С помощью правила Лопитала найти предел: | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{4x}$ |
| 7. Вычислить приближенно, используя понятие дифференциала: | $\cos 89^\circ$. |
| 8. Найти асимптоты функции: | $y = \frac{x^2}{x-2}$ |
| 9. Найти интервалы монотонности, локальные экстремумы функции: | |

$$y = -2x^3 - 3x^2 + 72x + 200$$

10. Найти производную: $y = (3 + 2x)^{\sin x}$

2 семестр

Смысловой модуль 3

Тема

Перечень альтернативных вопросов

1. Неопределенный интеграл
 - Таблица интегралов
 - Основные свойства неопределенного интеграла
 - Методы интегрирования
2. Вычислить интеграл методом непосредственного интегрирования:

$$\int (1 + e^x)^2 dx$$

3. Вычислить интеграл методом замены переменной:

$$\int e^{\cos 7x} \sin 7x \cdot dx$$

4. Вычислить интеграл методом интегрирования по частям:

$$\int (2x + 5) \ln x dx$$

5. Вычислить интеграл от рациональной дроби:

$$\int \frac{2x - 1}{x^2 - 5x + 4} dx$$

6. Вычислить интеграл от иррациональной функции:

$$\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 - \sqrt[3]{x}}$$

7. Вычислить интеграл от тригонометрических функций:

$$\int \sin^2 2x \cos 2x dx$$

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4x - 5, x = -2, Ox$$

9. Показать, что несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования сходится:

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}$$

10. Показать, что несобственный интеграл от неограниченной функции сходится:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

Смысловой модуль 4

Тема

Перечень альтернативных вопросов

1. Дифференциальные уравнения первого порядка
 - Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными
 - Дифференциальные уравнения первого порядка однородные
 - Дифференциальные уравнения первого порядка линейные

2. Решить дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными:

$$y \ln y dx + x dy = 0$$

3. Решить дифференциальное уравнение первого порядка однородное:

$$y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$$

4. Решить дифференциальное уравнение первого порядка линейное:

$$xy' + y - e^x = 0$$

5. Решить дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$y'' - 10y' + 25y = 0$$

6. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n-4}{2n+3} \right)^{n-1}$$

7. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n^2}{n+3}$$

8. Проверить сходимость числового ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\sqrt{n}}$$

9. Проверить сходимость знакочередующегося ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{3n-1}{5n+2} \right)^{2n+1}$$

10. Найти область сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)x^n}{2^n(n^2+1)}$$

Задания для самостоятельной работы

1 семестр

Смысловой модуль 1

1. Даны матрицы A , B . Вычислите определитель матрицы $3BA^T + B^{-1} - 3(A+B)^{-1}$

➤ методом треугольников

➤ методом дописывания столбцов

➤ методом разложения по столбцу или строке.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. По координатам вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$ с помощью векторной алгебры найти:

• длину стороны $A_1 A_2$,

• косинус угла между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_3$,

• объем пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$,

- работу силы, равнодействующей сил F_1 и F_2 , под действием которой тело перемещается прямолинейно из точки A_1 в точку A_2 .

$$A_1(4;0;0), A_2(-2;1;2), A_3(1;3;2), A_4(3;2;1), \vec{F}_1 = \{-1; -2; 3\}, \vec{F}_2 = \{2; 0; 1\}$$

3. По координатам вершин треугольника ΔABC найти:

- уравнение линии BC ,
- уравнение высоты AK ,
- длину высоты AK .

$$A(0;3), B(2;4), C(-8;-1)$$

4. Решите систему уравнений

- методом Крамера;
- методом Гаусса;
- методом обратной матрицы.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 34, \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 35. \end{cases}$$

5. Вычислите пределы функций

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-8x+15}; \quad \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-1}-3}{x-10}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1}-1}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x-2} \right)^x.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-3x}, \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{\sqrt[3]{x^3+5}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(2x-1)}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}.$$

6. Исследуйте функцию на непрерывность. Постройте график данной функции

$$y = \begin{cases} 1/x, & x > 0 \\ x+1, & x \leq 0 \end{cases}, \quad x_0 = 0$$

Смысловой модуль 2

1. Вычислить производные.

$$a) y = 3 \arcsin \sqrt[3]{\ln x}, \quad b) y = \frac{e^{3x}(x-1)^3}{\operatorname{tg} 2x}, \quad c) y = \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{1}{x}},$$

$$d) 2y \ln y = x; y'_x = ? \quad e) \begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = \operatorname{arctg}(t) \end{cases}; y'_x = ?$$

2. Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию. Найти асимптоты и построить график.

$$y = \frac{x^2}{(1+x)^3}, \quad y = \frac{x-5}{x+3}.$$

3. Для функции $z = z(x, y)$ найти:

- производную функции по направлению вектора $\vec{l} = \{-3; 4\}$ в точке $M_0(2; -1)$,
- направление найбыстрейшего увеличения скорости функции в точке $M_0(2; -1)$,
- наибольшее и наименьшее значения производных по направлению в точке $M_0(2; -1)$,
- локальные экстремумы.

$$z = 6x^2 + 24x - 2y^3 + 12y^2 + 30y;$$

$$z = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 6y^2 + 24y$$

2 семестр

Смысловой модуль 3

1. Вычислить интеграл

$$a) \int x^2(x-1)(2x+7)dx; \quad b) \int \frac{x^2}{27+x^3} dx; \quad c) \int \frac{3}{x^2+x-10} dx; \quad d) \int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{5} dx;$$

$$e) \int \frac{\sqrt{x+3}}{1+\sqrt[3]{x-3}} dx.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' = y \cos x, \quad y' = x + y, \quad y'' - y' - 2y = 0.$$

3. Исследовать несобственный интеграл на сходимость

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \int_{-1}^1 \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^5}} dx.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \ln x$, $x = 5$, Ox
 $y = 3x - x^2$, Ox

Смысловой модуль 4

1. Проверить сходимость или расходимость рядов

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+1} \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} \quad в) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n \quad г) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}.$$

2. Проверить абсолютную или условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{3n!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n^4} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n \cdot 5^n}$$

4. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

$$a) y \ln y dx + x dy = 0;$$

$$b) y' = \frac{1+y^2}{1+x^2};$$

$$c) xy' + y - e^x = 0;$$

$$d) y'' - 10y' + 25y = 0.$$

Экспресс-опрос (устный опрос)

1 семестр

Смысловой модуль 1

1. Что такое матрица?
2. Назовите виды матриц.
3. Сформулируйте алгоритм метода обратной матрицы.
4. Назовите основные свойства определителей.
5. Что такое определитель второго порядка?
6. Сформулируйте правило Саррюса.
7. Определение суммы матриц. Можно ли сложить матрицы А порядка 3×4 и В порядка 3×5 ?
8. Умножение матриц. Матрицы каких порядков можно перемножать?
9. Что такое коллинеарные векторы? Компланарные векторы?
10. Как находятся координаты вектора?

Смысловой модуль 2

1. Дайте определение производной.
2. Сформулируйте геометрический смысл производной.
3. Приведите определение дифференцируемой функции в точке.
4. Приведите определение дифференцируемой функции на интервале.
5. Сформулируйте основные правила дифференцирования.
6. Как найти производную сложной функции?
7. Как найти производную с помощью логарифмического дифференцирования?
8. Как вычислить производную параметрически заданной функции.
9. Сформулируйте правило Лопиталя.
10. Как вычислить производную неявной функции.

2 семестр

Смысловой модуль 3

1. Дайте определение первообразной функции.
2. Что называется неопределенным интегралом?
3. Дайте определение операции интегрирования. Как проверить результат интегрирования?
4. Назовите формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
5. Назовите основные свойства неопределенного интеграла.
6. Что следует принять за u для интегралов вида $\int P(x)e^{\alpha x} dx$, $\int P(x)a^{\alpha x} dx$, $\int P(x)\sin \alpha x dx$, $\int P(x)\cos \alpha x dx$?
7. Что следует принять за u для интегралов вида $\int P(x)\log_a x dx$, $\int P(x)\ln x dx$, $\int P(x)\arcsin x dx$, $\int P(x)\arccos x dx$, $\int P(x)\operatorname{arctg} x dx$, $\int P(x)\operatorname{arcc}tg x dx$?
8. В чем суть универсальной тригонометрической подстановки?
9. Методы нахождения интегралов вида $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$.
10. Методы нахождения интегралов вида $\int \operatorname{tg}^m x dx$, $\int \operatorname{ctg}^n x dx$.

Смысловой модуль 4

1. Приведите определение обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.
2. Назовите определение (частного) решения дифференциального уравнения первого порядка. Приведите пример дифференциального уравнения и его частного решения.
3. Что называется общим интегралом дифференциального уравнения.
4. Сформулируйте задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Приведите пример.
5. Приведите определение общего решения дифференциального уравнения. Приведите пример дифференциального уравнения и его общего решения.

6. Какой вид имеют дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
7. Какой вид имеют дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными.
8. Приведите определение однородной функции n-го порядка.
9. Какие линейные дифференциальные уравнения называются однородными и неоднородными.
10. Структура общего решения линейного дифференциального уравнения. Пример.

Тестовые задания:

1 семестр

Смысловый модуль 1

1. Найти AB , если $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = (0 \ 3 \ 0)$.

а) $\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -6 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, г) $(-2 \ 3)$.

2. Определитель второго порядка вычисляется по формуле:

а) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}$, б) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$,

в) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12}$, г) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{21} - a_{12}a_{22}$.

3. Система уравнений
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ 4y - 3z = 0 \\ 4y - 3z = 0 \end{cases}$$

а) несовместна; б) имеет единственное решение; в) имеет три различных решения; г) имеет бесконечно много различных решений.

4. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$:

а) 25, б) 76, в) 20, г) 17.

5. Прямая $y = -6x - 5$ параллельна прямой

а) $y + 6x = 0$, б) $3y + 6x + 5 = 0$, в) $y = 2x + 7$, г) $2y - 3x = 0$.

6. Какая из указанных точек принадлежит прямой $y = 2x + 7$:

а) (1; 4), б) (4; 1), в) (-1; 5), г) (-1, 4).

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{x^8 + 3x + 4}}$:

а) $-1/2$, б) 3, в) 0, г) $1/3$.

8. Первый замечательный предел имеет вид:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = 1$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin x}{x} = 0$, г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$.

9. Величина, обратная к бесконечно малой, есть

- а) величина, которая равна нулю, б) величиною, которая стремится к единице,
в) бесконечно большая величина, г) бесконечно малая величина.

10. Если в точке $x = a$ функция $y = f(x)$ не имеет, хотя бы одного из односторонних пределов, или хотя бы один из односторонних пределов является бесконечным, то точка $x = a$ называется

- а) устранимой точкою разрыва, б) точкой разрыва первого рода,
в) точкой разрыва второго рода, г) точкой непрерывности функции.

Смысловый модуль 2

1. Найти дифференциал функции $y = (7 - \sin 5x)^3$:

- а) $dy = 15(3 - \sin 5x)^2$, б) $dy = 3(7 - \sin 5x)^2$,
в) $dy = -15(7 - \sin 5x)^2 \cos 5x dx$, г) $dy = 3(7 - \sin 5x)^2$.

2. Частные производные $\frac{\partial U}{\partial x}$ и $\frac{\partial U}{\partial y}$ функции $U = f(x, y)$ равны, по определению:

- а) $\frac{\partial U}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x; y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta x}$; $\frac{\partial U}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x; y + \Delta y) - f(x + \Delta x, y)}{\Delta y}$;
б) $\frac{\partial U}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{f(x + \Delta x; y) - f(x, y)}$; $\frac{\partial U}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{f(x; y + \Delta y) - f(x, y)}$;
в) $\frac{\partial U}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x + \Delta x}{f(x + \Delta x; y) - f(x, y)}$; $\frac{\partial U}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{y + \Delta y}{f(x; y + \Delta y) - f(x, y)}$;
г) $\frac{\partial U}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x; y) - f(x, y)}{\Delta x}$; $\frac{\partial U}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y}$.

3. Достаточным условием возрастания функции $y = f(x)$ на $(a; b)$ является:

- а) $f'(x) < 0$ в любой точке $x \in (a; b)$; б) $f''(x) < 0$ в любой точке $x \in (a; b)$;
в) $f'(x) > 0$ в любой точке $x \in (a; b)$; г) $f''(x) > 0$ в любой точке $x \in (a; b)$.

4. Если $x = C$ - критическая точка функции $y = f(x)$, в которой $f'(C) = 0$, то в точке $x = C$ будет минимум, если:

- а) $f''(C) > 0$; б) $f''(C) < 0$; в) $f''(C) = 0$; г) $f''(C) > 0$ при $x < C$ и $f''(C) < 0$ при $x > C$.

5. Достаточным условием точки перегиба C является:

- а) $f''(C) \neq 0$ и $f''(x)$ слева и справа от точки C имеет разные знаки;
б) $f''(C) = 0$ и $f''(x)$ слева и справа от точки C имеет разные знаки;
в) $f''(C) = 0$ и $f''(x)$ слева и справа от точки C имеет одинаковые знаки.
г) $f''(C) \neq 0$ и $f''(x)$ слева и справа от точки C имеет одинаковые знаки.

6. Прямая $y = kx + b$ является наклонной асимптотой для функции $y = f(x)$, если:

- а) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = k$ и $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - kx) = b$; б) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x} = b$ и $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - kx) = k$;
в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = k$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = b$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = b$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = k$.

7. Если функция $y = f(x)$ непрерывна в окрестности критической точки $x = C$ и дифференцируема в ее проколотой окрестности, тогда максимум и минимум функции соответственно будут:

а) если $f'(x) > 0$ при $x < C$ и $f'(x) < 0$ при $x > C$;

б) если $f'(x) < 0$ при $x < C$ и $f'(x) > 0$ при $x > C$;

в) если $f'(x) > 0$ при $x < C$ и $f'(x) > 0$ при $x > C$;

г) если $f'(x) < 0$ при $x < C$ и $f'(x) < 0$ при $x > C$.

8. Если $x = C$ - критическая точка функции $y = f(x)$, в которой $f'(C) = 0$, то в точке $x = C$ будет минимум, если:

а) $f''(C) > 0$; б) $f''(C) < 0$; в) $f''(C) = 0$; г) $f''(C) > 0$ при $x < C$ и $f''(C) < 0$ при $x > C$.

9. Если дифференцируемая функция $z = f(x; y)$ имеет в точке $M_0(x_0; y_0)$ экстремум, то в этой точке

а) $f'_x(x_0; y_0) \neq 0$, $f'_y(x_0; y_0) = 0$; б) $f'_x(x_0; y_0) = 0$, $f'_y(x_0; y_0) > 0$;

в) $f'_x(x_0; y_0) \neq 0$, $f'_y(x_0; y_0) > 0$; г) $f'_x(x_0; y_0) = 0$, $f'_y(x_0; y_0) = 0$.

10. Если в критической точке $(x_0; y_0)$ выполняется неравенство $\Delta = AC - B^2 > 0$, то в этой точке функция

а) имеет минимум; б) имеет экстремум; в) имеет максимум; г) не имеет экстремум.

2 семестр

Смысловый модуль 3

1. Функция $F(x)$, называется первообразной для функции $f(x)$, если выполняется:

а) $f'(x) = F(x)$; б) $F'(x) = f(x) + C$; в) $f(x) = F'(x) + C$; г) $F'(x) = f(x)$.

2. Укажите, какой ответ правильно отражает свойства неопределенного интеграла:

а) $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$; $d\int f(x)dx = f(x) + C$; $\int df(x) = f(x)dx$;

б) $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$; $d\int f(x)dx = f(x)dx$; $\int df(x) = F(x) + C$;

в) $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$; $d\int f(x)dx = f(x)dx$; $\int df(x) = F(x) + C$;

г) $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$; $d\int f(x)dx = df(x)$; $\int df(x) = f(x) + C$.

3. Первообразными для функций $\frac{1}{\cos^2 x}$; $\frac{1}{a^2 + x^2}$; $\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$; $\frac{1}{x}$ будут соответственно:

1. $a^x + C$; 2. $\arcsin \frac{x}{a} + C$; 3. $\frac{1}{2a} \ln \left(\frac{x-a}{x+a} \right) + C$; 4. $\operatorname{ctg} x + C$; 5.

$\operatorname{tg} x + C$; 6. $\ln|x| + C$; 7. $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$.

а) 5; 2; 7; 6; б) 5; 3; 2; 6; в) 5; 2; 3; 6; г) 5; 7; 2; 6.

4. Замена переменной в неопределенном интеграле $\int f(x)dx$ при $x = \varphi(t)$ осуществляется по формуле:

а) $\int f(\varphi(t))dt$; б) $\int f(\varphi(t)) \cdot t' dt$; в) $\int f(\varphi(t)) \cdot f'(t) dt$; г) $\int f(\varphi(t)) \cdot \varphi(t) dt$.

5. Интеграл вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$ в случае $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$ вычисляется путем подстановки:

а) $t = \sin x$; б) $t = \cos x$; в) $t = \operatorname{tg} x$; г) $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

6. Определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ будет равен:

а) $-\int_a^b f(x)dx$; б) $-\int_a^{-b} f(x)dx$; в) $-\int_{-a}^{-b} f(x)dx$; г) $-\int_b^a f(x)dx$.

7. Формула Ньютона-Лейбница, если $F(x)$ - первообразная для $f(x)$, имеет вид:

а) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$; б) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

в) $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$; г) $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$.

8. Если $x = g(t)$ и если $g(\alpha) = a$, $g(\beta) = b$, то формула замены переменной имеет вид:

а) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(g(t))g'(t)dt$; б) $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$;

в) $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))dt$; г) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(g(t))dt$.

9. Интегралом с переменным верхним пределом называется:

а) $F(x) = \int_c^x f(t)dt$; б) $F(x) = \int_c^t f(x)dx$; в) $F(x) = \int_c^x F(t)dt$; г) $F(x) = \int_c^t F(x)dx$.

10. Несобственным интегралом I-ого рода называется:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx$; б) $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_a^R f(x)dx$; в) $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_a^x f(t)dt$; г) $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_a^{\frac{1}{R}} f(x)dx$.

Смысловой модуль 4

1. Однородное дифференциальное уравнение I-го порядка решается путем подстановки:

а) $y = U \cdot V$; б) $y = U \cdot x$; в) $y = \frac{U}{V}$; г) $y = \frac{x}{U}$.

2. Дифференциальное уравнение I-го порядка называется линейным, если оно имеет вид:

а) $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$, где $f(x, y)$ - функция нулевого измерения;

б) $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$, где $M(x, y)$ и $N(x, y)$ - функция одного измерения;

в) $\frac{dy}{dx} + P(x) \cdot y = Q(x)$;

г) $\frac{dy}{dx} + P(x) = Q(x)$.

3. Дифференциальные уравнения (1) $F(x^I, y^I, y^{II}) = 0$ и (2) $F(y, y^I, y^{II}) = 0$ допускают понижение порядка путем подстановки:

а) $y = x \cdot U$;

б) $y = U \cdot V$;

в) $y' = P(y)$, $y'' = P \cdot \frac{dP}{dy}$;

$$\text{г) } y' = P(x); y'' = P \frac{dP}{dx} \cdot \text{д) } y' = P; y'' = P'.$$

Ответ запишите в виде, например, 1-а), 2-в).

4. Однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет характеристическое уравнение вида:

$$\text{а) } k^2 + a_1 k + a_2 = 0; \quad \text{б) } k'' + a_1 k' + a_2 k = 0;$$

$$\text{в) } y^2 + a_1 k + a_2 = 0; \quad \text{г) } k^2 + a_1 k + a_2 = 0.$$

5. Необходимым признаком сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} U_k$ является:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n U_k = 0; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} U_n = 0; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} U_n = C = \text{const}; \quad \text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{U_n} = 0.$$

6. Признак Даламбера сходимости числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ с положительными членами P_k заключается в том, что:

$$\text{а) } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q, \quad q < 1 - \text{ряд расходится, } q > 1 - \text{ряд сходится};$$

$$\text{б) } \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q, \quad q < 1 - \text{ряд расходится, } q > 1 - \text{ряд сходится};$$

$$\text{в) } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q, \quad q > 1 - \text{ряд расходится, } q < 1 - \text{ряд сходится};$$

$$\text{г) } \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k}, \quad q > 1 - \text{ряд расходится, } q < 1 - \text{ряд сходится}.$$

7. Знакопередающийся ряд $P_1 - P_2 + P_3 - P_4 + \dots + (-1)^{n+1} P_n + \dots$ ($P_i > 0$) сходится (признак Лейбница), если

$$\text{а) } P_1 < P_2 < P_3 < \dots < P_n < \dots \quad \text{и} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P_n = 0;$$

$$\text{б) } P_1 > P_2 > P_3 > \dots > P_n > \dots \quad \text{и} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P_n = 0;$$

$$\text{в) } P_1 > P_2 > P_3 > \dots > P_n > \dots \quad \text{и} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{n+1}}{P_n} = 0;$$

$$\text{г) } P_1 > P_2 > P_3 > \dots > P_n > \dots \quad \text{и} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{P_n} = 0.$$

8. Степенным рядом называется ряд вида:

$$\text{а) } a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \dots + \frac{a_n}{x^n} + \dots;$$

$$\text{б) } a_0 + a_1 \cdot 2^x + a_2 \cdot 3^x + a_3 \cdot 4^x + \dots + a_n (n-1)^x + \dots;$$

$$\text{в) } a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots;$$

$$\text{г) } a_0 + \frac{a_1}{x-x_0} + \frac{a_2}{(x-x_0)^2} + \dots + \frac{a_n}{(x-x_0)^n} + \dots$$

9. Для того чтобы функция $f(x)$ могла быть разложена в степенной ряд на интервале $(-R; R)$ необходимо, чтобы эта функция имела непрерывные производные любого порядка в окрестности точки $x = a$, и этот ряд, называемый рядом Тейлора, имеет вид:

$$\text{а) } f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} x + \frac{f''(a)}{2!} x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} x^n + \dots;$$

$$\text{б) } f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n + \dots;$$

$$в) f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots;$$

$$г) f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}(x-a) + \frac{f''(0)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}(x-a)^n + \dots$$

10. Если $f(x)$ нечетная функция разлагается в ряд Фурье, то коэффициенты a_n и b_n вычисляются по формулам:

$$а) a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \text{ и } b_n = 0; \quad б) a_n = 0 \text{ и } b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx \, dx;$$

$$в) a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \text{ и } b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx \, dx; \quad г) a_n = 0 \text{ и } b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{f(x)}{\sin nx} \, dx.$$

Контрольные вопросы к промежуточной аттестации I семестр

1. Определители.
2. Элементы теории матриц.
3. Общая теория систем линейных уравнений.
4. Элементы векторной алгебры.
5. Аналитическая геометрия.
6. Предел числовой последовательности и функции.
7. Замечательные пределы.
8. Производная функции.
9. Дифференциал функции одной переменной.
10. Основные теоремы дифференциального исчисления.
11. Исследование функции одной переменной и построение ее графика.
12. Экономические применения производной.

II семестр

1. Первообразная.
2. Неопределенный интеграл.
3. Методы интегрирования.
4. Определенный интеграл, его свойства и применения.
5. Дифференциальные уравнения I порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные.
6. Дифференциальные уравнения II порядка: линейные, с постоянными коэффициентами, однородные.
7. Числовые ряды.
8. Необходимый признак сходимости.
9. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.
10. Знакопередающиеся числовые ряды.
11. Признак Лейбница.
12. Условная и абсолютная сходимость.
13. Степенные ряды.
14. Область сходимости.
15. Теорема Абеля.

Образцы заданий для промежуточной аттестации 1 семестр

Тема

Перечень альтернативных вопросов

1. Элементы линейной алгебры.

- Определители второго порядка. Свойства определителей.
- Действия над матрицами.
- Обратная матрица. Метод обратной матрицы.

2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 10, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 4. \end{cases}$$

3. Найти площадь треугольника ABC , если $A(-2; 3)$; $B(4; -2)$; $C(1; 5)$.

4. Найти предел:
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{1 - \sqrt{5 - x}}$$

5. Найти производную:
$$y = \frac{(x - 1)^2 (2x + 12)^{11}}{\sqrt{(x^2 - 1)(x^2 + 6)^8}}$$

6. Найти локальные экстремумы функции: $z = 2x^3 - 9x^2 - 24x - 6y^2 - 24y$

2 семестр

Тема

Перечень альтернативных вопросов

1. Неопределенный интеграл

- Понятие первообразной и неопределенного интеграла
- Основные свойства неопределенного интеграла
- Интегрирование методом замены переменной

2. Найти интегралы

$$\text{a) } \int x \sin(6x^2 + 1) dx, \text{ б) } \int \frac{x - 4}{x^2 + x - 12} dx$$

3. Вычислить интеграл

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{5x - 1}}$$

4. Решить дифференциальное уравнение первого порядка

$$y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right).$$

5. Решить дифференциальное уравнение второго порядка

$$2yy'' = (y')^2.$$

6. Исследовать степенной ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} 4^n \cdot (x - 2)^{n+1}.$$